4éme Tec et Sci

Série de Révision N°1

Statistique et Probabilité

EXERCICE N°1 :

Un médicament est injecté par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent la substance est éliminée par les reins.La quantité q_i (en milligramme) représente dans le sang à l'instant t_i (en heure) a été mesuré par des prises de sang toutes les deux heures.

t_i(heures)	0	2	4	6	8
q_i(milligramme)	9.9	7.5	5.5	3.9	3

1) Représenter le nuage de point $P_i(t_i , q_i)$ dans un repère orthogonal du plan.
2) Déterminer les coordonnées du point moyen G et placer le dans le repère.
3) Déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de q en t par la méthode des moindres carrés. Tracer la droite D dans le repère précèdent.
4) En supposant que se modèle reste valable pendant 12 heures, quelle estimation obtient-on de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures ?
   Qu'en penser-vous ?
5) On pose $y_i = \ln(q_i)$. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

t_i(heures)	0	2	4	6	8
y_i(milligramme)					

a- Déterminer une droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés.
b- Montrer que l'expression de q en fonction de t obtenue à partir de cet ajustement Est de la forme $q = ae^{-0.15t}$.
c- On suppose que cette méthode reste valable pendant 12 heures. Calculer la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures.

EXERCICE N°2 :

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de rugby de 2001 à 2006.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'adhérents y_i	70	90	110	140	170	220

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'adhérents en fonction du rang x de l'année.

PARTIE A : un ajustement affine.

1) Représenter le nuage de points associé à la série (x_i,y_i) dans un repère orthogonal du Plan. 2cm pour une année sur $(o,\vec{i})$ et 1 cm pour 20 adhérents sur $(o,\vec{j})$.
2) a- Calculer v(x), v(y), cov(x,y).
   b- Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Interpréter ce résultat.
3) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés et la tracer sur le graphique précèdent (les coefficient arrondis à l'unité).
4) En supposant que cet ajustement reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2009.

PARTIE B : un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$

1) Recopier le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième.

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i	4.248					

2) Déterminer une droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième).
3) En déduire une approximation du nombre d'adhérents y en fonction du rang x de l'année.
4) En prenant l'approximation $y \approx 57.1e^{0.224x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2009.

PARTIE C : comparaison des ajustements.

En 2009, il y a eu 430 adhérents. Lequel des deux ajustements semble le plus pertinent ? Justifier la réponse.

EXERCICE N°3 :

Dans la série statistique ci-contre, deux valeurs ont été effacées.

x_i	8.2	7.4		6.1	9
y_i	15	12.1	16.3		12

On connait par contre, le point moyen G(7.5,12.6). Retrouver les valeurs manquantes

EXERCICE N°4 :

Une urne contient 7 boules, constituées de différentes matières (fer, cuivre, aluminium), Sont reparties suivant leur volume x exprimé en cm^3 et leur masse y exprimer en kg.

Volume x_i (cm^3)	10	12	14	16	19	20	23
Masse y_i (kg)	4	5	5	5	6	8	8

1) a- calculer les moyennes arithmétiques $\overline{x}$ et $\overline{y}$ ainsi les variances v(x) et v(y).

   b- Calculer la covariance cov(x , y).

2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Interpréter ce résultat.

3) a- Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x.

   b- Donner une estimation de la masse d'une boule de volume 30 cm^3 .

4) On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

   a- Calculer la probabilité de l'événement S″ obtenir deux boules de même masse ″

   b- On considère l'événement F″ obtenir deux boules de volume inférieur ou égal à19 ″
   Calculer p(F) , $p(S\cap F)$ et p(S/F).

5) On répète l'épreuve précédente 4 fois de suite en remettant à chaque fois les boules dans l'urne.

   Soit Z la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de fois ou S est réalisé .

   a- Déterminer la loi de probabilité de Z.

   b- Calculer l'espérance et la variance de Z.

EXERCICE N°5 :

La durée de vie (en année) d'un appareil électronique est une variable aléatoire x qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

1/ a- Déterminer λ pour que $p(x \geq 8) = 0.28$

   b- Calculer la probabilité pour que l'appareil ait une durée de vie inférieure ou égale à 3 mois.

   c- Déterminer T tel que $p(x \leq T) = 4p(x \geq T)$.

2/ Sachant qu'un appareil a déjà dépassé six mois, quelle est la probabilité qu'il fonctionne quatre mois de plus.

3/ Une personne achète n appareils électroniques identiques ($n \in IN^*$) du model précèdent. On suppose que la durée de vie d'un appareil est indépendante de celle des autre.

   a- Exprimer en fonction de n, la probabilité p_n qu'au moins un appareil fonctionne plus que 8 ans ?

   b- Déterminer n pour que $p_n \geq 0.998$.

.